

Analyse numérique du comportement de solutions de l'équation NLS en présence d'une ligne de défaut

Laurent Di Menza¹ and Emna Hamraoui²

¹Laboratoire de Mathématiques de Reims (LMR) - EA 4535, U.F.R Sciences Exactes et Naturelles, France

² Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée, CNRS UMR 7352, Faculté des Sciences, Université de Picardie Jules Verne, France

2020

Résumé

Dans ce travail, on étudie numériquement l'influence d'un défaut surfacique sur le comportement des solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS). Soit $\Omega =]x_g, x_d[\times]y_i, y_s[\subset \mathbb{R}^2$ de frontière Γ , le problème s'écrit :

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u}{\partial t} + \Delta u + Zu\delta_\Sigma + |u|^2 u &= 0, & (x, y) \in \Omega, t \geq 0, \\ u(0, x, y) &= u_0(x, y), & (x, y) \in \Omega, \end{aligned} \quad (1)$$

où $u = u(t, x, y)$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, Z est l'amplitude de défaut et Σ la surface qui la porte. Ici, on s'intéresse au cas d'une ligne de défaut, i.e $\Sigma : x = x_0$.

On traite deux catégories de solutions de l'équation NLS : les solutions voyageuses non explosives et les solutions voyageuses explosives telle que la donnée initiale est sous la forme suivante

$$u_0 = q \exp(-(x - x_0) + (y - y_0) - (ik_x x + k_y y))$$

où q est l'amplitude de la donnée initiale, (x_0, y_0) est la localisation de u_0 et $\vec{k} = (k_x, k_y)$ est son vecteur d'onde. La résolution numérique nécessite une discrétisation adaptée du terme de défaut ainsi que de bonnes conditions limites pour éviter les problèmes de réflexion.

Dans un premier temps on observe que le défaut décompose l'onde incidente en deux parties, une réfléchie et une transmise.

Ensuite, on trouve que le défaut peut jouer le rôle d'une barrière, mais aussi sa présence peut être une qualité où il empêche pour certaines valeurs de Z l'explosion de certaines solutions.

Finalement, en utilisant la méthode de dichotomie, on déduit pour des solutions explosives des intervalles de valeurs de Z qui peuvent empêcher l'explosion.

*Corresponding author: laurent.di-menza@univ-reims.fr

†Corresponding author: emna.hamraoui@u-picardie.fr